

# Materialanalyse

## STEINE



Das Lernmaterial "Steine" ist eine Sammlung von Natursteinen in verschiedenen Formen, Farben und Grössen (zw. ca. 0,5 - 6 cm). Die Oberflächen und Formen der Steine sind naturbelassen.

### MATHEMATISCHES POTENZIAL

Aus mathematischer bzw. mathematikdidaktischer Sicht liegt das Potenzial der Steine vor allem im Bereich der **Anzahlerfassung und Mengendarstellung**.

In der Mathematik werden **Mengen** als Zusammenfassungen von Elementen verstanden. Eine Menge lässt sich durch die Art der Elemente beschreiben. Eine Menge kann auch nur ein oder kein Element enthalten – letzteres ist dann die "leere" Menge. In der Mathematik sind die Elemente einer Menge häufig Zahlen (z.B. die Menge der natürlichen Zahlen) oder Punkte im Raum. Die dahinterstehende Idee ist jedoch auf beliebige Objekte anwendbar, z. B. auf eine Tüte mit Brötchen oder einen Bus mit Menschen. Für endliche Mengen ist die Mächtigkeit gleich der Anzahl der Elemente der Menge; man spricht auch von der Kardinalität. Steine können daher als Repräsentanten von Mengen betrachtet werden.

Um die Mächtigkeit einer Menge von Steinen zu bestimmen, wird jedem Stein genau ein Zahlwort (aus der Menge der Zahlwörter) zugeordnet. Man spricht auch von der **Eins-zu-Eins-Zuordnung**. Dabei wird jedem Element der einen Menge genau ein Element einer anderen Menge zugeordnet. Um welche Objekte es sich konkret handelt, spielt dabei keine Rolle. Es kann sich beispielsweise um die Kinder in einer Klasse oder auch um die Stühle in einem Klassenzimmer handeln, die dann immer genau einem Stein zugeordnet werden.

Beim Zählen von Objekten werden aus den zu zählenden Objekten und den Zahlwörtern Paare gebildet und zwar so viele, wie Objekte vorhanden sind. Das zuletzt genannte Zahlwort ist sowohl ordinal (Der wievielte Stein in der Reihe ist weiss?) als auch kardinal (Wie viele Steine sind es?) zu deuten.

Neben dem zählenden Erfassen von Anzahlen gibt es auch nichtzählende Strategien. Dabei spielt die strukturierte Darstellung der Objekte eine wesentliche Rolle: Beispielsweise kann eine Verdopplungsstrategie genutzt werden, wenn zwei "Steinreihen" gleich lang sind und aus gleich grossen Steinen bestehen. Auf diese Art und Weise lässt sich auch die sogenannte **(Quasi-)Simultanerfassung** üben. Dabei wird den Kindern für eine kurze Zeit (ca. eine Sekunde) eine (strukturierte) Anzahl von Steinen präsentiert. Die Kinder sollen dann möglichst die Anzahl "auf einen Blick", d.h. ohne zu zählen, erfassen und benennen. Man geht davon aus, dass wir in der Lage sind, 4 bis 5 Elemente simultan zu erfassen.

Bei grösseren Anzahlen erfolgt die Erfassung quasi-simultan: durch das (unbewusste) Gruppieren von Teilmengen bilden wir aus mehreren Teilen das Ganze. Aus diesem Grund ist es wichtig, mit strukturierten Darstellungen zu arbeiten: so lassen sich sowohl das Ganze als auch dessen (unterschiedliche) Teile erfassen. Die Zahl 5 kann beispielsweise als 2+3, 1+4 oder 2+2+1 dargestellt werden. Die unterschiedliche Färbung der Steine kann dafür genutzt werden. Fünf Steine können aus zwei rötlichen und drei grauen Steinen, aber auch aus einem bläulichen und vier rötlichen Steinen gelegt werden etc.

**Teile-Ganze-Beziehungen** sind nicht nur in der Arithmetik, sondern in der Mathematik überhaupt von grosser Bedeutung. Vor allem aber scheint das Verständnis für solche Teile-Ganze-Beziehungen bei der Entwicklung des Zahlbegriffs eine wichtige Rolle zu spielen.

Weitere Einsatzmöglichkeiten der Steine liegen in den Bereichen "Ordnen" und "Musterlegen". Die Steine haben unterschiedliche Formen, Farben, Grössen und Gewichte (Abb. 1). Diese Eigenschaften erlauben es, sie nach unterschiedlichen Kriterien zu ordnen (Klassifikation). Wenn beispielsweise alle runden und alle eckigen Steine jeweils zu einer Gruppe zusammengefasst werden, so spricht man von Klassenbildung, also vom **Klassifizieren** (Abb. 1). Die Steine können aber auch in eine Reihenfolge gebracht werden, beispielsweise von klein nach gross oder von hell nach dunkel, dann spricht man von der **Seriation** (Abb. 2).



Abb. 1 Klassen bilden



Abb. 2 Reihenfolgen erzeugen

Mit Steinen lassen sich auch unterschiedliche **Muster legen**. Aufgrund der Unregelmässigkeit der Steine lassen sich keine präzisen Symmetrien herstellen. Es ist aber möglich, annähernd symmetrische Muster zu legen oder Muster anzufertigen, die bestimmten Regeln folgen: beispielsweise "immer einen grossen und zwei kleine Steine in einer Reihe" oder "abwechselnd zwei graue und zwei weisse Steine" legen.

Die Abweichungen "von der Regel" durch die natürliche Unregelmässigkeit der Steine können mit den Kindern durchaus thematisiert werden.

Ein Muster kann auch entstehen, indem die Steine einer Regel entsprechend in einem Kreis oder einer Spirale angeordnet werden. In Abbildung 3 werden die Steine von der Mitte des Kreises nach aussen immer kleiner.



Abb. 3 Muster im Kreis

**CURRICULARE EINORDNUNG – Lehrplan 21**

Kinder interessieren sich schon früh für Zahlen, Formen und andere mathematische Ideen und Motive. Ein kompetenzorientierter Unterricht nimmt solche Motive auf und eröffnet Zugänge zu weiteren Einsichten, nämlich dass Mathematik ein Werkzeug ist, um die (Um-)Welt zu erschliessen und zu verstehen. Zugleich fördert er die Fähigkeit zum Erkennen von Zusammenhängen und Regelmässigkeiten, zum Transfer bzw. zur Verallgemeinerung und zum folgerichtigen Denken. Im Zentrum stehen das Verstehen elementarer mathematischer Begriffe und Operationen, das Erforschen, Entdecken und Darstellen mathematischer Beziehungen und Strategien, aber auch das Gespräch darüber. Die Schülerinnen und Schüler finden im Austausch mit anderen individuelle Zugänge zu mathematischen Problem- bzw. Fragestellungen, entwickeln Lösungsansätze und begründen ihre Überlegungen und Vorgehensweisen. Der Einsatz von Materialien unterstützt eine wesentliche Absicht des Lehrplans, nämlich mathematisches Tun (Handlungsaspekte) mit mathematischen Inhalten (Kompetenzbereiche) zu verbinden.

*Vgl. Einleitung LP21 Mathematik*

**Kompetenzbereich Zahl und Variable, Handlungsaspekt Operieren und Benennen** (MA 1.A.1 und 2)

- *Anzahlen vergleichen und angleichen, Veränderungen beschreiben*
- *Flexibel zählen*
- *Zahlbilder erfassen*

**Kompetenzbereich Zahl und Variable, Handlungsaspekt Mathematisieren und Darstellen** (MA 1.C.1 und 2)

- *Zeigen, wie sie zählen*
- *Anzahlen vergleichen und beschreiben*
- *Anzahlen unterschiedlich (auch strukturiert) darstellen*

**Kompetenzbereich Grössen, Funktionen, Daten, Zufall, Handlungsaspekt Mathematisieren und Darstellen** (MA 3.C.1)

- *Materialien sammeln und ordnen*

**Abbildungsverzeichnis**

Abb. 1, 2: Barbara Wyss

Abb. 3: Christine Streit